Análisis Matemático II

Segundo parcial: exámenes reales, enunciados

Análisis Matemático II (61.03 / 81.01) · CB001

Material de estudio no oficial, sin vínculo con la FIUBA, la UBA ni la cátedra. Los enunciados están transcriptos de exámenes tomados; Más guías en guiasdeingenieria.com.ar.

Índice

14/7/26 (recuperatorio)	3
7/7/26 (recuperatorio)	4
29/6/26 (diferido)	5
27/6/26, tema 1	6
27/6/26, tema 2	7
3/3/26 (integrador)	8
24/2/26 (integrador)	9
10/2/26 (recuperatorio)	10
16/12/25 (recuperatorio)	11
6/12/25, tema 1	12
6/12/25, tema 2	13
5/8/25 (integrador)	14
15/7/25 (recuperatorio)	15
8/7/25 (recuperatorio)	16
30/6/25 (diferido)	17
28/6/25, tema 2	18
25/2/25, tema 1 (integrador)	19
25/2/25, tema 2 (integrador)	20
18/2/25, tema 2 (integrador)	21
11/2/25, tema 2 (integrador)	22
17/12/24, tema 2 (integrador)	23
10/12/24, tema 1 (integrador)	24
10/12/24, tema 2 (integrador)	25
13/8/24, tema 1 (integrador)	26
13/8/24, tema 2 (integrador)	27
6/8/24, tema 1 (integrador)	28
30/7/24, tema 1 (integrador)	29
30/7/24, tema 2 (integrador)	30
10/7/24, tema 2 (integrador)	31
2/7/24, tema 1 (integrador)	32
5/3/24, tema 2 (integrador)	33
27/2/24, tema 1 (integrador)	34
27/2/24, tema 2 (integrador)	35
20/2/24, tema 2 (integrador)	36
19/12/23, tema 1 (integrador)	37
12/12/23, tema 2 (integrador)	38
15/8/23, tema 2 (integrador)	39
8/8/23, tema 1 (integrador)	40
1/8/23, tema 1 (integrador)	41
1/8/23, tema 2 (integrador)	42
11/7/23, tema 2 (integrador)	43
4/7/23, tema 1 (integrador)	44
4/7/23, tema 2 (integrador)	45
14/3/23, tema 1 (integrador)	46
7/3/23, tema 1 (integrador)	47
7/3/23, tema 2 (integrador)	48
28/2/23, tema 1 (integrador)	49
14/2/23, tema 1 (integrador)	50
14/2/23, tema 2 (integrador)	51
20/12/22, tema 1 (integrador)	52
13/12/22, tema 1 (integrador)	53
13/12/22, tema 2 (integrador)	54
16/8/22, tema 1 (integrador)	55
16/8/22, tema 2 (integrador)	56
9/8/22, tema 1 (integrador)	57
9/8/22, tema 2 (integrador)	58
2/8/22, tema 1 (integrador)	59
19/7/22, tema 1 (integrador)	60
19/7/22, tema 2 (integrador)	61
12/7/22, tema 1 (integrador)	62

14/7/26 (recuperatorio)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (z + y, x + z + 3y^2, x + y)$.
a) Pruebe que $\vec{f}$ es campo de gradientes y halle una función potencial.
b) Calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$, con
C: $x^2 + y^2 = 4$, $x + z = 2$, $x \geq 0$,
recorrida de modo tal que la coordenada y resulta creciente.

Ejercicio 2. Sea Γ la linea del campo $\vec{g}(x, y) = (y, -4x)$ que pasa por (1, 0).
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (e^{x^2} - 3y, \cos^2(y) + x)$ a lo largo de Γ orientada de modo tal que el versor tangente a Γ en (1, 0) sea (0, –1).

Ejercicio 3. Calcular la masa del cuerpo
H: $1 \leq z \leq 5 - \sqrt{(x^2 + y^2)}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$
sabiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano xy.

Ejercicio 4. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (x + z, y^2 - xy, y + z^2)$ a lo largo del borde de la superficie
Σ: $z + y^2 = 5$, $y \geq 0$, $0 \leq x \leq 2$, $z \geq 1$.
Indique en un gráfico las orientaciones utilizadas en el cálculo.

Ejercicio 5. Sea H la región acotada de $\mathbb{R}^3$ limitada por el plano de ecuación $x + y + z = 3$ y los planos coordenados. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x + y^2, y - z^2, z)$ a través de la frontera de H orientada de modo que las normales apunten hacia el interior de H.

7/7/26 (recuperatorio)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Halle el volumen del cuerpo H: $2y \le z \le 3 - x^2 - y^2$.

Ejercicio 2. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (h(x) - y^2, xy + e^y)$, con $h \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo de la curva
C: $x - y^2 = 0$, $x \le 1$
recorrida de modo que la coordenada y sea creciente.

Ejercicio 3. Halle el flujo del campo $\vec{f}$ a través de la superficie
Σ: $x^2 + y^2 + z^2 = 3 - 2x$, $z \le 0$
orientada de modo que en $(-1, 0, -2)$ la normal tenga tercera componente negativa. Se sabe que $\operatorname{div}(\vec{f}) = 2$ y que $\vec{f}(x, y, 0) = (y, x, 2)$.
Si lo necesita, use que el volumen de la esfera de radio R es $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Ejercicio 4. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (2xy^3z^2 - y, 3x^2y^2z^2 + y, 2x^2y^3z)$
y C el borde del triángulo de vértices $(1, 0, 0)$, $(0, -1, 1)$ y $(0, 1, 1)$. Indique el sentido de recorrido considerado en el cálculo mediante un gráfico.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y) = \varphi(x)(2y + x^2, x)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, tal que
1. $\vec{f}(-1, 0) = (-2, 2)$;
2. $\oint_C \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$ para toda curva cerrada C.
Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva
Γ: $\vec{X} = (\sqrt{(3 + t^2)}, t^4 + t + 1)$, $-1 \le t \le 1$
orientada según esa parametrización.

29/6/26 (diferido)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa del cuerpo que ocupa la región H de $\mathbb{R}^3$ definida por
$H: x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 17,\ z \geq 2,$
suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano xy.

Ejercicio 2. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (e^x + h(3x + 3y),\ x^2 + h(3x + 3y))$, con $h \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x \leq 2 - y^2\}$
recorrida en sentido antihorario.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por
$x^2 + y^2 = 4,\ 0 \leq z \leq 2,\ y \geq 0$
orientada de modo tal que las normales apunten hacia el eje z.
Calcule el flujo a través de Σ de $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, \cos(xyz))$.

Ejercicio 4. Sea C la porción de la línea del campo vectorial $\vec{g}(x, y) = (-y, 9x)$ que pasa por (1, 0) y está contenida en el semiplano $3x - y \geq 0$.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (2 + xy^2,\ y + x^2y)$ a lo largo de C. Indique en un gráfico la orientación elegida.

Ejercicio 5. Calcular $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (2xy^3z^2 - y^2,\ 3x^2y^2z^2 + y,\ 2x^2y^3z)$
y C la curva definida por
$x^2 + y^2 - 2y = 0,\ 2y + z = 6.$
Indique la orientación elegida para el cálculo.

27/6/26, tema 1

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $H \subset \mathbb{R}^3$ la región del primer octante limitada inferiormente por Σ_1 y superiormente por Σ_2, donde
Σ_1: $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ y Σ_2: $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
Calcule $\iiint xz \, dxdydz$.

Ejercicio 2. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x^3 - y, 3x + e^{\cos(y)})$ a lo largo de la unión de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, con $A = (0, 0)$, $B = (2, 4)$ y $C = (4, 0)$, recorrida en el sentido $A \to B \to C$.

Ejercicio 3. Calcule el área de la superficie
Σ: $z - \sqrt{(x^2 + y^2)} = 0$, $1 \leq z \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Ejercicio 4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x, \varphi(x), z)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, a través de la superficie
Σ: $z = 5 - x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \leq 4$.
Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\mathscr{F}$: $\dfrac{x^2}{2} + y^2 = c$, $c > 0$ y sea Γ la curva ortogonal a la familia $\mathscr{F}$ que pasa por $(-1, 1)$.
Calcule $\int_C x \, ds$, donde C es la porción de Γ que tiene por extremos los puntos $(-1, 1)$ y $(0, b)$.

27/6/26, tema 2

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $H \subset \mathbb{R}^3$ la región del primer octante limitada inferiormente por Σ_1 y superiormente por Σ_2, donde
Σ_1: $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ y Σ_2: $x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
Calcule $\iiint yz \, dxdydz$.

Ejercicio 2. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x^3 - 2y, e^{\cos(y)} + x)$ a lo largo de la unión de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, con $A = (0, 0)$, $B = (3, 6)$ y $C = (6, 0)$, recorrida en el sentido $A \to B \to C$.

Ejercicio 3. Calcule el área de la superficie
Σ: $z - \sqrt{(x^2 + y^2)} = 0$, $1 \leq z \leq 3$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Ejercicio 4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (\varphi(y), y, z)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, a través de la superficie
Σ: $z = 10 - x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 \leq 9$.
Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\mathscr{F}$: $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = c$, $c > 0$ y sea Γ la curva ortogonal a la familia $\mathscr{F}$ que pasa por $(1, 1)$.
Calcule $\int_C x \, ds$, donde C es la porción de Γ que tiene por extremos los puntos $(1, 1)$ y $(0, b)$.

3/3/26 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $\vec{f} = \nabla\phi + \vec{g}$ tal que $\phi \in C^2(\mathbb{R}^3)$ y $\vec{g}$ tiene componentes en $C^1(\mathbb{R}^3)$.
Calcule la circulación $\vec{f}$ a lo largo de la curva C de ecuaciones
$x^2 - 2x + 4y^2 = 3 \wedge z + y = 2$
sabiendo que $\nabla \times \vec{g}(x, y, z) = (x, x + z, y - 2)$. Indique claramente en un gráfico la orientación de C que eligió para hacer el cálculo.

Ejercicio 2. Calcule el volumen de la porción de la bola cerrada de $\mathbb{R}^3$ centrada en el origen y de radio 2 que está contenida en el cilindro sólido definido por $x^2 + z^2 \leq 1$.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por
$z = x^2 \wedge x \geq 0 \wedge z \leq 9 \wedge -1 \leq y \leq 1$.
Calcule la integral del campo escalar $h(x, y, z) = xy^2$ sobre Σ.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (\varphi(x)y^2, yx + \varphi(x)y)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, un campo conservativo tal que $\vec{f}(0, 1) = (1, 1)$.
Halle φ y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de una curva Γ suave a trozos con punto inicial $(0, 1)$ y punto final $(0, 0)$.

Ejercicio 5. Sea Σ la frontera del cuerpo
$x^2 + y^2 \leq z \leq 4$
y sea $\vec{f}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial C^1 del cual se sabe que $D\vec{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x + z & 0 & x \\ -y^2 & -2x & 0 \\ 0 & 2 & 2z \end{pmatrix}$.
Calcule $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \check{n}\, d\sigma$. Indique en un gráfico la orientación utilizada en el cálculo.

24/2/26 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen del cuerpo
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2y \le z \le 9 + 2y - x^2 - y^2\}$.

Ejercicio 2. Sea Γ la porción de la linea de campo de $\vec{g}(x, y) = (y, -4x)$ que pasa por $(0, 2)$ y está contenida en el semiplano $y \ge 0$; sea D la región limitada por Γ y el eje x.
Calcule $\iint_D y \, dxdy$.

Ejercicio 3. Considere la curva C: $\{ x + y + z^2 = 2 \; ; \; x - y + z^2 = 0 \; ; \; x \ge 0 \}$.
1. Halle una parametrización de C.
2. Calcule la masa de un alambre con la forma de C sabiendo que la densidad de masa lineal es $\delta(x, y, z) = \sqrt{(4z^2 + 1)}$.

Ejercicio 4. Sea Γ el borde del triángulo de vértices $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$ y $C = (0, 0, 1)$. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (yz + y, xz - x, e^{z^2} + xy)$ a lo largo de Γ. Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

Ejercicio 5. Calcule el flujo del campo $\vec{f} \in C^1(\mathbb{R}^3)$ a través de la porción de cilindro
$\Sigma: x^2 + y^2 - 4y = 0, \; 0 \le z \le 4$,
sabiendo que $\nabla \cdot \vec{f}(x, y, z) = z$ y que $\vec{f}(x, y, 0) = (x, y, 2)$ y $\vec{f}(x, y, 4) = (2x + y, 3x - y, 0)$. Indique en un gráfico la orientación de Σ considerada en el cálculo.

10/2/26 (recuperatorio)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Halle el valor de

$\iint_D \frac{x^2}{x^2+y^2}\,dxdy$, donde D: $1 \le x^2 + y^2 \le 9$, $y \ge |x|$.

Ejercicio 2. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curvas planas de ecuación $y = Cx^4$, $C \in \mathbb{R}$. Sea Γ la curva de la familia ortogonal a $\mathscr{F}$ que pasa por el punto $(0, 2)$. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x^4 - y, y^3 - 2x)$ a lo largo de Γ. Indique en un gráfico la orientación elegida.

Ejercicio 3. Calcule el área de la porción de superficie
Σ: $z^2 - x^2 - y^2 = 0$, $x^2 + y^2 \le 2y$, $z \ge 0$.

Ejercicio 4. Sea Γ la porción de la curva $\vec{X} = (4 - t^2, t^3 + 1, 1 + t^2)$, $t \in \mathbb{R}$, contenida en el primer octante. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (y + 4x^3, x, 2z)$ a lo largo de Γ recorrida según la parametrización dada.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (y\varphi(z), x\varphi(z), 1 + z)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$. Calcule el flujo del campo $\vec{f}$ a través de la superficie
Σ: $z + x^2 + y^2 = 9$, $z \ge 0$
orientada de modo que las normales tengan tercera componente positiva.

16/12/25 (recuperatorio)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa de la placa plana que ocupa la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \le x^2 + y^2 \le 4,\ y \ge x\}$,
suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al origen.

Ejercicio 2. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2xy, -y^2 + z, z)$ a través de la frontera del cuerpo
$H: x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le z \le 2 - x,\ y \ge 0$.
Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

Ejercicio 3. Calcule $\int_C \frac{1}{\sqrt{(4 + 4y^2)}}\, ds$, donde C es la curva
$C: x^2 + y^2 = 4,\ 2x - z = 0,\ y \ge 0$.

Ejercicio 4. Sea $C = \Sigma_1 \cap \Sigma_2$, con
$\Sigma_1: x^2 - 4x + y^2 = 0$ y $\Sigma_2: 2x + z = 4$.
Calcule la circulación de $\vec{f} = \nabla\phi + \vec{g}$ a lo largo de C, siendo ϕ un campo escalar de clase C^2 y $\vec{g}(x, y, z) = (x + y, y^2 - 2x, z + y)$. Indique en un gráfico la orientación elegida en el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y) = \mu(x)(y^2 - 1, xy)$ con $\mu \in C^1(\mathbb{R})$ tal que $\vec{f}(1, 1) = (0, 2)$.
a) Halle μ para que $\vec{f}$ sea un campo de gradientes.
b) Encuentre todas las funciones potenciales de $\vec{f}$.

6/12/25, tema 1

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $H \subset \mathbb{R}^3$ la región definida por
$H: x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 8 - x^2 - y^2,\ y \geq 0,\ z \geq 0.$
Calcule la masa de un cuerpo que ocupa la región H, siendo la densidad de masa en cada punto P proporcional a la distancia de P al plano xy.

Ejercicio 2. Sea C la curva definida por
$x^2 + 8y^2 + z = 8,\ x^2 - z = 0,\ x \geq 0,\ y \geq 0.$
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (y - 2e^{2x-z}, x, e^{2x-z} + z)$ a lo largo de C. Indique la orientación de C elegida para el cálculo.

Ejercicio 3. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x^2 - y^2, xy + e^{\cos(y)})$ a lo largo de la curva C: $x^2 + 4x + y^2 = 0,\ y \geq 0$, recorrida de $(-4, 0)$ a $(0, 0)$.

Ejercicio 4. Considere la superficie
$\Sigma: x^2 + y^2 + z = 4,\ z \geq 0,\ 0 \leq y \leq x$
orientada de modo tal que las normales tengan primera componente no negativa. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, 2z)$ a través de Σ.

Ejercicio 5. Halle $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$ para que el campo vectorial
$\vec{f}(x, y, z) = (z + \varphi(x) + x, y\varphi(x), 2z)$
satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones:
a) El flujo de $\vec{f}$ a través de la frontera de cualquier cubo es nulo;
b) $\vec{f}(0, 0, 0) = (2, 0, 0)$.

6/12/25, tema 2

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $H \subset \mathbb{R}^3$ la región definida por
$H: 2x^2 + 2y^2 \leq z^2 \leq 12 - x^2 - y^2,\ y \geq 0,\ z \geq 0.$
Calcule la masa de un cuerpo que ocupa la región H, siendo la densidad de masa en cada punto P proporcional a la distancia de P al plano xy.

Ejercicio 2. Sea C la curva definida por
$8x^2 + y^2 + z = 8,\ y^2 - z = 0,\ x \geq 0,\ y \geq 0.$
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (y,\ x - 2e^{2y-z},\ e^{2y-z} + z)$ a lo largo de C. Indique la orientación de C elegida para el cálculo.

Ejercicio 3. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x^2 - y^2,\ xy + e^{\cos(y)})$ a lo largo de la curva $C: x^2 - 4x + y^2 = 0,\ y \geq 0$, recorrida de (0, 0) a (4, 0).

Ejercicio 4. Considere la superficie
$\Sigma: x^2 + y^2 + z = 9,\ z \geq 0,\ 0 \leq y \leq x$
orientada de modo tal que las normales tengan primera componente no negativa. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, 2z)$ a través de Σ.

Ejercicio 5. Halle $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$ para que el campo vectorial
$\vec{f}(x, y, z) = (\varphi(x) + x,\ y\varphi(x) + y,\ 2z)$
satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones:
a) El flujo de $\vec{f}$ a través de la frontera de cualquier cubo es nulo;
b) $\vec{f}(0, 0, 0) = (3, 0, 0)$.

5/8/25 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule
$\iiint_D z\,dxdydz$,
donde
$D: x^2 + y^2 \leq z^2 \leq 2 - x^2 - y^2,\ y \geq 0,\ z \geq 0.$

Ejercicio 2. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + h(2x + 2y), h(2x + 2y) + e^y)$, con $h \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: |x| \leq y \leq 2 - x^2\}$
recorrida en sentido horario.

Ejercicio 3. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 + x, x^2 + y, x^2 + y^2 + z)$ a través de la superficie
$\Sigma: x^2 + y^2 + z^2 = 9,\ z \geq 0$
orientada de modo tal que las normales tengan tercera componente no negativa.
Puede utilizar que el volumen de una esfera de radio r es $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Ejercicio 4. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (2xy^3z^2 - y, 3x^2y^2z^2 + y, 2x^2y^3z)$
y C la curva definida por las ecuaciones
$x^2 + y^2 - 4y = 0,\ 2y + z = 8.$
recorrida de modo que en el punto (0, 0, 8) el versor tangente tenga primera componente positiva.

Ejercicio 5. Sea Γ la porción de la curva, perteneciente a la familia de curvas ortogonales a la familia $\mathscr{F}$: $x^2 + 2y^2 = c$, que tiene por extremos los puntos (1, 1) y $(2, y_0)$. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (y, x + y^3)$ a lo largo de Γ recorrida de $(2, y_0)$ a (1, 1).

15/7/25 (recuperatorio)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa del cuerpo que ocupa la parte del primer octante limitada superiormente por el plano $x + y + z = 2$, suponiendo que la densidad de masa en el punto P es proporcional a su distancia al plano yz.

Ejercicio 2. Calcule el área de la superficie
$\Sigma: x^2 + y^2 - z^2 = 0,\ 1 \le z \le 2,$
mediante una integral de superficie.

Ejercicio 3. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$ con $\vec{f}(x, y) = (x^3e^x + xy,\ x^2 + y^2)$ y
$C: x^2 - 4x + y^2 = 0,\ x \ge 2$
recorrida de (2, 2) a (2, –2).

Ejercicio 4. Sea C la porción de la linea del campo $\vec{g}(x, y) = (3x, y)$ de extremos (1, 1) y $(8, y_1)$. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (2xy + y^2,\ x^2 + 2xy)$ a lo largo de C. Indique el sentido de recorrido considerado.

Ejercicio 5. Sea Σ la porción de la superficie esférica de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = 10$ que se encuentra arriba del plano $z = 1$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f} = (y + z,\ xz,\ z^2)$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

8/7/25 (recuperatorio)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (yz, y^2 + x, e^x y)$ a través de la frontera del cuerpo $H: x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0, 0 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2$.
Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

Ejercicio 2. Calcule el área de la porción de la superficie
$\Sigma: x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq x, y \geq 0$.

Ejercicio 3. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (ye^{xy} - xy + e^x, xe^{xy} + x^2)$ a lo largo de la curva
$\Gamma: x^2 - 4x + y^2 = 0, y \geq 0$
recorrida de (0, 0) a (4, 0).

Ejercicio 4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (\varphi(x), x + z, e^{z^2})$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde del triángulo de vértices (2, 0, 2), (0, 2, 0), (–2, 0, 2). Indique en un gráfico el sentido de recorrido usado en el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\vec{g}(x, y) = \mu(x)(xe^x, e^{2x+y})$ con $\mu \in C^1(\mathbb{R})$.
a) Halle μ para que $\vec{g}$ sea campo de gradientes y $\vec{g}(0, 0) = (0, 2)$.
b) Halle todas las funciones potenciales de $\vec{g}$ para la función μ hallada en a).

30/6/25 (diferido)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x^3 + y, y^3 - z, y)$ a través de la frontera del cuerpo definido por
$3x^2 + 3y^2 - 5 \leq z \leq x^2 + y^2 + 3$.
Indique en un gráfico la orientación considerada en el cálculo.

Ejercicio 2. Sea Γ la curva que se obtiene al unir los segmentos $\bar{A}\bar{B}$ y $\bar{B}\bar{C}$, con $A = (0, 0)$, $B = (1, 1)$ y $C = (2, 0)$. Sea $\vec{f}(x, y) = (\varphi(y) + y^2, x\varphi'(y) + xy)$, con $\varphi \in C^2(\mathbb{R})$ tal que $\varphi(0) = 1$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ orientada de modo tal que el punto inicial es A y el final C.

Ejercicio 3. Sea Σ la porción de la superficie definida por la ecuación $x^2 + y^2 + z - 9 = 0$ contenida en el primer octante. Calcular el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (2yz, -2xz, 1)$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación elegida para Σ.

Ejercicio 4. Sea Γ la porción de la curva de ecuación vectorial
$\vec{X} = (t \cos \frac{\pi t}{2}, t \operatorname{sen} \frac{\pi t}{2}, t + 1), t \in \mathbb{R}$
que está contenida en la bola cerrada centrada en el origen de radio 1. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (e^x(y + z), e^x, e^x + 2z)$ a lo largo Γ orientada de acuerdo a la parametrización dada.

Ejercicio 5. Sean C la linea de campo de $\vec{g}(x, y) = (-y, x + 2)$ que pasa por el punto $(0, 0)$ y D la región acotada del plano limitada por C. Calcule $\iint_D x \, dxdy$.

28/6/25, tema 2

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $H \subset \mathbb{R}^3$ la región contenida en el primer octante que se encuentra limitada inferiormente por el plano xy y superiormente por la superficie de ecuación $3x^2 + 3y^2 + z = 12$. Grafique H y calcule $\iiint_H y^2 \, dxdydz$.

Ejercicio 2. Sea C la curva definida por
$x^2 + y^2 = 4$, $y^2 - z = 0$, $x \geq 0$.
Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo $\vec{f}(x, y, z) = (yze^x, y + ze^x, ye^x)$. Indique en un gráfico la orientación de C empleada en el cálculo.

Ejercicio 3. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + h(3x + 3y), h(3x + 3y) - e^y)$, con $h \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde del triángulo de vértices A = (0, 3), B = (3, 0) y C = (3, 6), recorrido en el sentido A → C → B → A.

Ejercicio 4. Considere la superficie
Σ: $z + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 - 2y \leq 0$
orientada de modo tal que las normales tengan tercera componente negativa. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (xyz, 1, 1 - 2y)$ a través de Σ.

Ejercicio 5. Halle $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$ para que el campo vectorial
$\vec{f}(x, y, z) = (y + \varphi(x), x - y, x - z\varphi(x))$
satisfaga simultáneamente las siguientes condiciones:
a) $\vec{f}(0, 1, 1) = (2, -1, -1)$;
b) el flujo de $\vec{f}$ a través de la frontera de cualquier bola cerrada sea nulo.

25/2/25, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (-y, z, z^2)$ a través de la frontera de
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 12, \sqrt{(2x^2 + y^2)} \leq z\}$.
Indique en un gráfico la orientación utilizada en el cálculo.

Ejercicio 2. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (2x + yz, 4y + xz, xy)$
y C el arco de curva definido por
$x^2 + y^2 = 2y$, $x^2 + y^2 - z = 0$, $x \geq 0$,
recorrido de modo tal que la coordenada y sea creciente.

Ejercicio 3. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, z)$ a través de la porción del plano de ecuación $x + y + z = 2$ contenido en el primer octante. Indique en un gráfico la orientación considerada.

Ejercicio 4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + h(2x + 2y), h(2x + 2y) + e^y)$, con $h \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 3\}$
recorrida en sentido horario.

Ejercicio 5. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curva: $y = k(x - 3)$, $k \in \mathbb{R}$, y sea $\mathcal{G}$ la familia de curvas ortogonales a las curvas de $\mathscr{F}$. Sea D la región acotada de $\mathbb{R}^2$ cuyo borde es la curva de $\mathcal{G}$ que pasa por (0, 0). Calcule $\iint_D x \, dxdy$.

25/2/25, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (z, -x, z^2)$ a través de la frontera de
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 + y^2 + z^2 \leq 12, \sqrt{(x^2 + 2y^2)} \leq z\}$.
Indique en un gráfico la orientación utilizada en el cálculo.

Ejercicio 2. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (4x + yz, 2y + xz, xy)$
y C el arco de curva definido por
$x^2 + y^2 = 4y, x^2 + y^2 - z = 0, x \geq 0,$
recorrido de modo tal que la coordenada y sea creciente.

Ejercicio 3. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, z)$ a través de la porción del plano de ecuación $x + y + z = 3$ contenido en el primer octante. Indique en un gráfico la orientación considerada.

Ejercicio 4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + h(3x + 3y), h(3x + 3y) + e^y)$, con $h \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 2\}$
recorrida en sentido horario.

Ejercicio 5. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curva: $y = k(x - 2)$, $k \in \mathbb{R}$, y sea $\mathcal{G}$ la familia de curvas ortogonales a las curvas de $\mathscr{F}$. Sea D la región acotada de $\mathbb{R}^2$ cuyo borde es la curva de $\mathcal{G}$ que pasa por (0, 0). Calcule $\iint_D x \, dxdy$.

18/2/25, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa de una chapa plana que ocupa la región triangular de vértices (–2, 4), (0, 0) y (2, 4), suponiendo que la densidad de masa en cada punto $P \in \mathbb{R}^2$ es proporcional al cuadrado de la distancia de P al origen.

Ejercicio 2. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (2x - \cos(z), y + e^{x^2+z^2}, z)$ sobre la porción de paraboloide
$\Sigma : z = 4x^2 + y^2,\ z \leq 4,$
orientada de modo tal que las normales tengan tercera componente positiva.

Ejercicio 3. Considere la superficie
$\Sigma : y + x^2 = 4,\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ 0 \leq z \leq x^2.$
Halle una parametrización de Σ y calcule la integral del campo escalar $f(x, y, z) = \sqrt{(1 + 4x^2)}$ en Σ.

Ejercicio 4. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$, siendo $\vec{f} = \nabla\varphi + \vec{g}$ con $\varphi \in C^2(\mathbb{R}^2)$ y
$\vec{g}(x, y, z) = (3x^2y^2z^2 + y, 2x^3yz^2, 2x^3y^2z)$
y C la curva parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = (3\cos(t), 3\,\text{sen}(t), 6 - 6\cos(t))$, $t \in [0, 2\pi]$. Considere la orientación dada por la parametrización.

Ejercicio 5. Sea Γ la porción de la curva $y = \alpha(x)$ que tiene por extremos los puntos $A = (0, 0)$ y $B = (2, y_1)$, siendo $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable que cumple la ecuación diferencial $y' + 2xy = 2x$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (2x + y, x)$ a lo largo de Γ recorrida de A a B.

11/2/25, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa de una chapa plana que ocupa la región del plano limitada por las curvas de nivel 4 y 9 de la función $f(x, y) = x^2 - 2x + y^2 + 1$, suponiendo que la densidad de masa en cada punto P es proporcional al cuadrado de la distancia entre P y (1, 0).

Ejercicio 2. Calcule el área de la porción de la superficie Σ de ecuación $z + x^2 + y^2 = 9$ que se encuentra contenida en el primer octante.

Ejercicio 3. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x + \operatorname{sen}(y^2 z), y + e^{z^2}, 2z)$ a través de la frontera de $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq z \leq 5 - y^2, |x| \leq 2\}$.
Indique en un gráfico la orientación utilizada en el cálculo.

Ejercicio 4. Sabiendo que $\vec{f}(x, y) = (y\alpha(y), 2x\alpha(y))$, con $\alpha \in C^1(\mathbb{R})$, es un campo de gradientes en $\mathbb{R}^2$ y que $\vec{f}(1, 1) = (3, 6)$, calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del arco de curva
$\Gamma : x^2 + y^2 = 4, x - y \geq 0, x \leq 0$.
Indique en un gráfico la orientación elegida para Γ.

Ejercicio 5. Sean Γ la curva definida por las condiciones
$x^2 + y^2 - 2y = 0, z - y = 0, x \geq 0$,
y $\vec{f}(x, y, z) = (\varphi(x), z, y)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$.
Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ. Indique el sentido de recorrido de la curva utilizado.

17/12/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Dada la curva C parametrizada por
$\vec{\alpha} : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$, $\vec{\alpha}(t) = (2 - 4\,\text{sen}(t)\cos(t), 2\,\text{sen}(t))$
cuyo gráfico es el siguiente
[gráfico: curva cerrada con forma de gota invertida, con un pico en el eje x y la parte redondeada arriba]
indique la orientación dada por la parametrización y calcule el área de la región encerrada por ella.

Ejercicio 2. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curvas formada por las lineas de campo de $\vec{g}(x, y) = (x, 4y)$ y sea Γ la curva ortogonal a las curvas de $\mathscr{F}$ que pasa por $(0, 1)$. Calcule
$\iint_D (x^2 + 4y^2)\,dx\,dy$
donde D es la región acotada del plano cuyo borde es Γ.

Ejercicio 3. Calcular la masa del cuerpo
$H : \sqrt{(x^2 + y^2)} \leq z \leq 3,\ x \geq 0,\ y \geq 0$
sabiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano xy.

Ejercicio 4. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (x + z, y^2 - xy, y + z^2)$ a lo largo del borde de la superficie
$\Sigma : z + y^2 = 5,\ y \geq 0,\ 0 \leq x \leq 2,\ z \geq 1$.
Indique en un gráfico el sentido de recorrido elegido.

Ejercicio 5. Sea H la región acotada de $\mathbb{R}^3$ limitada por el plano de ecuación $x + y + z = 4$ y los planos coordenados. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x - z^2, y + x^2, z)$ a través de la frontera de H orientada de modo que las normales apunten hacia el interior de H.

10/12/24, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule

$\iiint_H yz\,dx\,dy\,dz$

donde

$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 8, y \geq 0, z \geq 1\}$.

Ejercicio 2. Calcular $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo

$\vec{f}(x, y, z) = (2xy^3z^2 - y, 3x^2y^2z^2 + \varphi(y), 2x^2y^3z)$, $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$

y C el borde de la superficie

$\Sigma : x + y + z = 2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.

Indique en un gráfico el sentido de recorrido elegido para el cálculo.

Ejercicio 3. Sea Γ el arco de de la curva de ecuación

$\vec{X} = (\cos(\pi t), \operatorname{sen}(\pi t), t)$, $t \in \mathbb{R}$

contenido en la región $D : x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 3$. Calcule la longitud de Γ.

Ejercicio 4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 + h(y), xh'(y) + \cos(y))$, siendo $h \in C^2(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq 2 - x^2\}$

recorrido en sentido horario.

Ejercicio 5. Sea Γ la porción de la línea del campo vectorial $\vec{g}(x, y) = (9y, -x)$ que pasa por $(0, 1)$ y está contenida en el semiplano $x - 3y \leq 0$.

Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x + xy^2, 2 + x^2y)$ a lo largo de Γ. Indique en un gráfico el sentido de recorrido empleado en el cálculo.

10/12/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule

$\iiint_H yz\,dx\,dy\,dz$

donde

$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 9z^2 \leq 18, y \geq 0, z \geq 1\}$.

Ejercicio 2. Calcular $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo

$\vec{f}(x, y, z) = (2xy^3z^2 + \varphi(x), 3x^2y^2z^2 + x, 2x^2y^3z)$, $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$

y C el borde de la superficie

$\Sigma : x + y + z = 3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.$

Indique en un gráfico el sentido de recorrido elegido para el cálculo.

Ejercicio 3. Sea Γ el arco de de la curva de ecuación

$\vec{X} = (\text{sen}(\pi t), \cos(\pi t), t), t \in \mathbb{R}$

contenido en la región $D : x^2 + y^2 + 3z^2 \leq 4$. Calcule la longitud de Γ.

Ejercicio 4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (h(y) - y^2, xh'(y) - \cos(y))$, siendo $h \in C^2(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región

$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x^2 \leq y \leq 3 - x^2\}$

recorrido en sentido horario.

Ejercicio 5. Sea Γ la porción de la línea del campo vectorial $\vec{g}(x, y) = (-y, 9x)$ que pasa por $(1, 0)$ y está contenida en el semiplano $3x - y \geq 0$.

Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (x + xy^2, 2 + x^2y)$ a lo largo de Γ. Indique en un gráfico el sentido de recorrido empleado en el cálculo.

13/8/24, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen del cuerpo definido por
$H : x^2 + y^2 - 4y \leq 0$ y $0 \leq z \leq x$.

Ejercicio 2. Sea Γ la curva de ecuación vectorial
$\vec{X} = (3\cos(t), 3\,\text{sen}(t), 3 - 3\cos(t))$, $t \in [0, 2\pi]$.
Hallar la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (g(x) + yz, xz + 2x, xy)$, con $g \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo de Γ recorrida según la parametrización dada.

Ejercicio 3. Calcule el área de la superficie Σ, siendo
$\Sigma : z = 4 - \sqrt{(x^2 + y^2)}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 1$.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (x - y\varphi(2xy), 3x - x\varphi(2xy) + y^2)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del arco de la curva de ecuación $4y^2 + 8y + x^2 = 0$ contenido en el semiplano $x \geq 0$. Indique en un gráfico el sentido de recorrido elegido para el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y) = h(x)\vec{g}(x, y)$. con $h \in C^1(\mathbb{R})$ y $\vec{g}(x, y) = (2 + 3x\cos(y), -x^2\text{sen}(y))$.
Sabiendo que $\vec{f}$ es campo de gradientes y que $\vec{f}(1, \pi/2) = (2, -1)$, encuentre h y todas las funciones potenciales de $\vec{f}$.

13/8/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen del cuerpo definido por
$H : x^2 + y^2 - 6y \leq 0$ y $0 \leq z \leq x$.

Ejercicio 2. Sea Γ la curva de ecuación vectorial
$\vec{X} = (2\cos(t), 2\,\text{sen}(t), 2 - 2\cos(t))$, $t \in [0, 2\pi]$.
Hallar la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (yz - 2y, xz + g(y), xy)$, con $g \in C^1(\mathbb{R})$, a lo largo de Γ recorrida según la parametrización dada.

Ejercicio 3. Calcule el área de la superficie Σ, siendo
$\Sigma : z = 9 - \sqrt{(x^2 + y^2)}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 5$.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (3y - y\varphi(2xy) + x^2, y - x\varphi(2xy))$ con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del arco de la curva de ecuación $4x^2 + 8x + y^2 = 0$ contenido en el semiplano $y \geq 0$. Indique en un gráfico el sentido de recorrido elegido para el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y) = h(y)\vec{g}(x, y)$ con $h \in C^1(\mathbb{R})$ y $\vec{g}(x, y) = (-y^2\text{sen}(x), 2 + 3y\cos(x))$.
Sabiendo que $\vec{f}$ es campo de gradientes y que $\vec{f}(\pi/2, 1) = (-1, 2)$, encuentre h y todas las funciones potenciales de $\vec{f}$.

6/8/24, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa del cuerpo que ocupa la región
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 5z^2 \leq 9,\ z \geq 1\}$,
suponiendo que la densidad de masa en cada punto $P \in H$ es proporcional a la distancia de P al plano xy.

Ejercicio 2. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (-y, x, z)$ a lo largo de la curva $\Gamma = \Sigma_1 \cap \Sigma_2$, siendo $\Sigma_1 : x^2 + y^2 = 1$ y $\Sigma_2 : z + x^2 = 1$.
Indique en un gráfico la orientación de Γ elegida para el cálculo.

Ejercicio 3. Sea D la región del plano contenida en el primer cuadrante limitada por la línea del campo $\vec{g}(x, y) = (4y, -x)$ que pasa por (2, 0) y los ejes coordenados. Calcule
$\iint_D y \, dxdy$.

Ejercicio 4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x + \varphi(x - y), 2y + \varphi(x - y), 2z - 1)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, a través de la superficie
$\Sigma : x^2 + y^2 - 4y + z^2 = 0,\ z \geq 0$,
orientada de modo que en el punto (0, 2, 2) el versor normal sea $\check{n} = (0, 0, 1)$.
Dato: el volumen de una bola de radio r es $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Ejercicio 5. Sea Γ la curva que se obtiene al unir los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, donde A = (0, 0), B = (1, 2) y C = (2, 0). Calcule
$\int_\Gamma (x - y^2)\, dx + e^{y^2}\, dy$
con Γ recorrida en el sentido $A \to B \to C$.

30/7/24, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea H la región contenida en el semiespacio $z \geq 0$ limitada por las superficies
$\Sigma_1 : x^2 + y^2 - z^2 = 0$ y $\Sigma_2 : x^2 + y^2 + z^2 = 8$.
Calcule $\iiint_H z \, dxdydz$.

Ejercicio 2. Sea T el triángulo de vértices (3, 0, 0), (0, 3, 0) y (0, 0, 3). Calcule la circulación del campo $\vec{f} = \vec{g} + \vec{h}$ a lo largo del borde de T, sabiendo que $\vec{g}(x, y, z) = (xy, yz, xz)$ y que $\vec{h}$ es un campo de gradientes de clase C^1. Indique en un gráfico la orientación elegida para hacer el cálculo.

Ejercicio 3. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (xe^{x^2} - y, e^{y^2})$ a lo largo de la porción de la curva de ecuación $y + x^2 - x = 0$ contenida en el primer cuadrante, recorrida de modo que la coordenada x sea creciente.

Ejercicio 4. Considere la superficie
$\Sigma : x^2 + y^2 = 4, \; y \geq 0, \; 0 \leq z \leq 4 - x^2$,
orientada de modo tal que las normales tengan segunda componente no negativa.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (0, 1, 1)$ a través de Σ.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (\varphi(x), 2y\varphi(x), 4xz)$ con φ de clase C^1. Halle una función φ para la cual se cumpla lo siguiente:
1. El flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ es nulo para todo $r > 0$.
2. $\vec{f}(0, 0, 0) = (0, 0, 0)$.

30/7/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea H la región contenida en el semiespacio $z \geq 0$ limitada por las superficies
$\Sigma_1 : x^2 + y^2 - z^2 = 0$ y $\Sigma_2 : x^2 + y^2 + z^2 = 18$.
Calcule $\iiint_H z \, dxdydz$.

Ejercicio 2. Sea T el triángulo de vértices (3, 0, 0), (0, 3, 0) y (0, 0, 3). Calcule la circulación del campo $\vec{f} = \vec{g} + \vec{h}$ a lo largo del borde de T, sabiendo que $\vec{g}(x, y, z) = (xz, yx, yz)$ y que $\vec{h}$ es un campo de gradientes de clase C^1. Indique en un gráfico la orientación elegida para hacer el cálculo.

Ejercicio 3. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (xe^{x^2} + y, e^{y^2})$ a lo largo de la porción de la curva de ecuación $y + 2x^2 - 2x = 0$ contenida en el primer cuadrante, recorrida de modo que la coordenada x sea creciente.

Ejercicio 4. Considere la superficie
$\Sigma : x^2 + y^2 = 9, \; y \geq 0, \; 0 \leq z \leq 9 - x^2$,
orientada de modo tal que las normales tengan segunda componente no negativa.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (0, 1, -1)$ a través de Σ.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (2x\varphi(y), \varphi(y), 4yz)$ con φ de clase C^1. Halle una función φ para la cual se cumpla lo siguiente:
1. El flujo de $\vec{f}$ a través de la superficie de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ es nulo para todo $r > 0$.
2. $\vec{f}(0, 0, 0) = (0, 0, 0)$.

10/7/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcular el volumen de la región
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 3x^2 + 2y^2 - 4y \leq z \leq 5 + 2x^2 + y^2\}$.

Ejercicio 2. Considere la familia de curvas $\mathscr{F}$: $\frac{x^2}{2} + (y - 1)^2 = c$, $c \in \mathbb{R}$.

a) Halle la curva Γ que pasa por el punto $(-1, 0)$ y es ortogonal a las curvas de la familia $\mathscr{F}$.
b) Sea D la región encerrada por Γ y Γ^*, donde Γ^* es la curva de ecuación $y = -3$.
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (e^{-x^3} - y^2, \cos(y^5) + xy)$ a lo largo de ∂D. Indique en un gráfico la orientación elegida para el cálculo.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por
$\Sigma : y + x^2 = 4,\ y \geq 0,\ 0 \leq z \leq x$.
Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (-1, x, y^2)$ a través de Σ, orientada de modo tal que las normales tengan primera componente no negativa.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 - e^z, 2xy, 2z - xe^z)$. Calcule $\int_C \vec{f}.\vec{ds}$, con
$C : x^2 + y^2 = 4,\ x + z = 1,\ y \geq 0$,
orientada de modo tal que la coordenada z resulte creciente.

Ejercicio 5. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x, y + \varphi(z), z)$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$, a través de la superficie
$\Sigma : x^2 + y^2 - z = 0,\ z \leq 9$.
Indique en un gráfico la orientación considerada para la superficie.

2/7/24, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa del cuerpo que ocupa la región de $\mathbb{R}^3$ limitada por las superficies de ecuaciones
$\Sigma_1 : 3x^2 + 3y^2 - z = 5$ y $\Sigma_2 : x^2 + y^2 - z = -3$.
Suponga que la densidad de masa $\delta(x, y, z)$ es proporcional al cuadrado de la distancia de (x, y, z) al eje z.

Ejercicio 2. Sea Γ la curva que se obtiene al unir los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, con $A = (0, 0)$, $B = (1, 1)$ y $C = (2, 0)$. Sea $\vec{f}(x, y) = (\varphi(y) + y^2, x\varphi'(y) + xy)$, con $\varphi \in C^2(\mathbb{R})$ tal que $\varphi(0) = 1$.
Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ orientada de modo tal que el punto inicial es A y el final C.

Ejercicio 3. Sea Σ la porción de la superficie definida por la ecuación $x^2 + y^2 + z - 9 = 0$ contenida en el primer octante. Calcular el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (2yz, -2xz, 1)$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación elegida para Σ.

Ejercicio 4. Sea Γ la porción de la curva de ecuación vectorial
$\vec{X} = (t \cos \frac{\pi t}{2}, t \operatorname{sen} \frac{\pi t}{2}, t + 1), t \in \mathbb{R}$
que está contenida en la bola cerrada centrada en el origen de radio 1.
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (yz + 3x^2, xz - e^y, 2z + xy)$ a lo largo Γ orientada de acuerdo a la parametrización dada.

Ejercicio 5. Sean C la línea de campo de $\vec{g}(x, y) = (-y, x + 2)$ que pasa por el punto $(0, 0)$ y D la región acotada del plano limitada por C. Calcule $\iint_D x dx dy$.

5/3/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea C la curva definida por las ecuaciones
$9x^2 + y^2 - z = 0 \land z + 4y = 5$
y sea $\vec{f}(x, y, z) = (\alpha(x^2) - y, 2x, z^2 + 2x)$ con $\alpha : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase C^1. Elija una orientación para C, indíquela claramente en un gráfico y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva.

Ejercicio 2. Sea Γ la linea de campo de $\vec{f}(x, y) = (4y, -x)$ que pasa por el punto (2, 0). Calcule
$\int_\Gamma y^3\,dx + xy^2\,dy$.
Indique en un gráfico la orientación elegida.

Ejercicio 3. Sea H el sólido definido por $2x^2 + y^2 + z^2 \leq 12$ y $z \geq \sqrt{(x^2 + 2y^2)}$. Calcular el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2xz, -yz, e^{xy})$ a través de la frontera de H orientada de modo tal que las normales apunten hacia el exterior de H.

Ejercicio 4. Sea Γ el arco de la curva
$\vec{X} = (\cos(\frac{\pi\, t}{4}), \operatorname{sen}(\frac{\pi\, t}{4}), t - 1), t \in \mathbb{R}$
contenido en la bola cerrada de radio $\sqrt{2}$ centrada en el origen.
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (e^{y^2} + 2z, 2xye^{y^2} - y^2, 2x)$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.

Ejercicio 5. Sea Σ la porción de la superficie de ecuación $z - x^2 - y^2 = 0$ cuyos puntos satisfacen: $0 \leq y \leq x, z \leq 4$. Calcule el área de Σ.

27/2/24, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa de la placa que ocupa la región del plano
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 3|x|,\ y - 2x \leq 5\}$,
suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al eje x.

Ejercicio 2. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (3x^2y^2z^2 + g(x),\ 2x^3yz^2 - x,\ 2x^3y^2z)$, $g \in C^1(\mathbb{R})$,
y C la curva parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = (2\cos(t), 2\,\text{sen}(t), 3 - 4\cos(t))$, $t \in [0, 2\pi]$. Considere la orientación dada por la parametrización.

Ejercicio 3. Sean Σ la superficie definida por
$x^2 + y^2 = 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $0 \leq z \leq 2$,
y $\vec{f}(x, y, z) = (x + y, 2x + y, xz^2)$. Calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación elegida en el cálculo.

Ejercicio 4. Calcule
$\iiint_H z\,dx\,dy\,dz$,
donde $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 5z^2 \leq 9,\ 0 \leq z \leq 1\}$.

Ejercicio 5. Sea C la porción de la linea del campo $\vec{g}(x, y) = (4y, -x)$ que pasa por (2, 0) y está contenida en el semiplano $x \geq 1$.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (-\pi y\,\text{sen}(\pi x), \cos(\pi x))$ a lo largo de C recorrida de modo tal que las ordenadas sean crecientes.

27/2/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa de la placa que ocupa la región del plano
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 3|x|,\ y + 2x \leq 5\}$,
suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al eje x.

Ejercicio 2. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (3x^2y^2z^2,\ 2x^3yz^2 - x,\ 2x^3y^2z + g(z))$, $g \in C^1(\mathbb{R})$,
y C la curva parametrizada por $\vec{\alpha}(t) = (3\cos(t),\ 3\,\mathrm{sen}(t),\ 4 - 6\cos(t))$, $t \in [0, 2\pi]$. Considere la orientación dada por la parametrización.

Ejercicio 3. Sean Σ la superficie definida por
$x^2 + y^2 = 9$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $0 \leq z \leq 2$,
y $\vec{f}(x, y, z) = (x + 2y,\ x + y,\ xz^2)$. Calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación elegida en el cálculo.

Ejercicio 4. Calcule
$\iiint_H z\,dx\,dy\,dz$,
donde $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 7z^2 \leq 16,\ 0 \leq z \leq 1\}$.

Ejercicio 5. Sea C la porción de la linea del campo $\vec{g}(x, y) = (y, -4x)$ que pasa por (0, 2) y está contenida en el semiplano $y \geq 1$.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (\cos(\pi y), -\pi x\,\mathrm{sen}(\pi y),)$ a lo largo de C recorrida de modo tal que las abscisas sean decrecientes.

20/2/24, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 + 2xz, x^2z, \varphi(x, z))$, con $\varphi \in C^1(\mathbb{R}^2)$, a lo largo del borde de la superficie

$\Sigma : x = 2, y + z \leq 4, y \geq 0, z \geq 0.$

Indique en un gráfico el sentido de recorrido empleado en el cálculo.

Ejercicio 2. Hallar el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (yz, xe^z, z^2)$ a través de la superficie

$\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 18, z \geq 3.$

Considere la orientación para la cual las normales apuntan hacia el origen.

Ejercicio 3. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curvas: $x^2 + ky = 0$, $k \in \mathbb{R}$, y sea $\mathcal{G}$ la familia de curvas ortogonales a las curvas de $\mathscr{F}$. Sea D la región acotada de $\mathbb{R}^2$ cuyo borde es la curva de la familia $\mathcal{G}$ que pasa por $(0, -1)$. Calcule

$\iint_D x^2 \, dxdy.$

Ejercicio 4. Sea Σ la superficie de ecuación vectorial

$\vec{X} = (u - v, u + v, 2v + u^2), (u, v) \in \mathbb{R}^2.$

Calcular el área de la porción de Σ cuyos puntos satisfacen las condiciones: $x+y \leq 2$, $0 \leq x \leq y$.

Ejercicio 5. Sabiendo que $\vec{f}(x, y) = (y\alpha(y), 2x\alpha(y))$, con $\alpha \in C^1(\mathbb{R})$, es un campo de gradientes en $\mathbb{R}^2$ y que $\vec{f}(1, 1) = (3, 6)$, calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del arco de curva

$\Gamma : y^2 + x^2 + 2x = 3, y - x \leq 1,$

orientado de modo tal que el punto incial tenga ordenada positiva.

19/12/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 12 \wedge \sqrt{(2x^2 + y^2)} \leq z\}$.
Halle el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2xy, z - y^2, z^2)$ a través de la frontera de H orientada de modo que las normales apunten hacia el interior de H.

Ejercicio 2. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (2x + yz, 4y + xz, xy)$
y C el arco de curva definido por
$x^2 + y^2 = 2y \wedge x^2 + y^2 + z = 3 \wedge x \geq 0$,
recorrido de modo tal que la segunda componente del vector tangente a la curva nunca sea negativa.

Ejercicio 3. Sea Σ la porción del plano de ecuación $x + 2y + 2z = 2$ contenida en el primer octante. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2z, -z, 1)$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación empleada en el cálculo.

Ejercicio 4. Sea C la curva de ecuación
$\frac{x^2}{a^2} + a^2y^2 = 1, a > 0$.
Determine el valor de la constante a para que la circulación de $\vec{f}(x, y) = (e^{x^2} + 3x^2y, e^{y^2} + 3y^2x)$ a lo largo de C sea nula.

Ejercicio 5. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curvas: $xy = k, k \in \mathbb{R}$, y sea $\mathcal{G}$ la familia de curvas ortogonales a las curvas de $\mathscr{F}$. Sea D la región acotada de $\mathbb{R}^2$ cuyo borde está compuesto por una porción de la curva de $\mathcal{G}$ que pasa por (0, 1) y un segmento de la recta $y = \sqrt{5}$. Calcule
$\iint_D y^3 dydx$.

12/12/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa del cuerpo que ocupa la región H de $\mathbb{R}^3$ definida por
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 2z^2 \leq 18 \wedge z \geq 1\}$,
suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano xy.

Ejercicio 2. Sea Σ la superficie definida por
$x^2 + y^2 = 4 \wedge 0 \leq z \leq x \wedge y \geq 0$
orientada de modo tal que las normales apunten hacia el eje z.
Calcule el flujo a través de Σ de $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, z\,\varphi(x, y, z))$, donde φ es un campo escalar continuo en $\mathbb{R}^3$.

Ejercicio 3. Calcular $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (2xy^3z^2 - y^2, 3x^2y^2z^2 + y, 2x^2y^3z)$
y C la curva definida por
$x^2 + y^2 - 2y = 0 \wedge 2y + z = 6$
recorrida de modo que en el punto (0, 0, 6) el versor tangente tenga primera componente positiva.

Ejercicio 4. Sea C la porción de la línea del campo vectorial $\vec{g}(x, y) = (-y, 9x)$ que pasa por (1, 0) y está contenida en el semiplano $3x - y \geq 0$. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (2 + xy^2, y + x^2y)$ a lo largo de C. Indique en un gráfico la orientación elegida.

Ejercicio 5. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (e^x + h(3x + 3y), x^2 + h(3x + 3y))$, con $h \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, a lo largo del borde de la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq x \leq 2 - y^2\}$
recorrida en sentido horario.

15/8/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $\vec{f}(x, y) = (x + yh(2xy), x^2 + xh(2xy) + y)$ con $h \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del arco de la curva de ecuación $9y^2 + 18y + x^2 = 0$ contenido en el semiplano $x \geq 0$ y recorrido de $(0, 0)$ a $(0, -2)$.

Ejercicio 2. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (-z, 2, x)$ a través de la superficie
$\Sigma : x^2 + y^2 + z^2 = 5, y \geq 2, z \geq 0$
orientada de modo que las normales tengan segunda componente positiva.

Ejercicio 3. Sea H el cuerpo que ocupa la región de $\mathbb{R}^3$ encerrada entre las superficies de ecuaciones $z = \sqrt{(12 - 2x^2 - y^2)}$ y $z = \sqrt{(x^2 + 2y^2)}$.
Calcule la masa de H suponiendo que la densidad de masa en cada punto P es proporcional a la distancia de P al plano xy.

Ejercicio 4. Halle la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x^2 + 3y + z, y, z^2 + x)$ a lo largo de la curva definida por las ecuaciones
$x^2 + y^2 + z = 2 \wedge 2x - 2y + z = 0$.
Indique en un gráfico la orientación elegida para hacer el cálculo.

Ejercicio 5. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (-2x + e^x y, -2y + e^x)$ a lo largo de la porción de línea de campo de $\vec{g}(x, y) = (e^{-x}, 2ye^{-x} + 2e^{-x})$ que tiene por extremos los puntos $A = (0, 0)$ y $B = (1, y_0)$, recorrida de B a A.

8/8/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la circulación del campo $\vec{f} = \nabla\phi + \vec{g}$, donde $\phi \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3)$ y
$\vec{g}(x, y, z) = (e^{x^2} + z, 2yz, y^2 + e^{z^2} - x)$,
a lo largo del borde del triángulo de vértices A = (1, 0, 0), B = (0, 1, 0) y C = (0, 0, 1) recorrido en el sentido A → C → B → A.

Ejercicio 2. Sea Γ la curva perteneciente a la familia de curvas $\mathcal{G}$ que es ortogonal a la familia $\mathcal{F}$: $y = k(x - 1)^4$, $k \in \mathbb{R}$, y tal que $(1, 1) \in \Gamma$. Sea D la región acotada del plano de borde Γ. Calcule
$\iint_D x\,dxdy$.

Ejercicio 3. Calcule el área de la superficie $\Sigma : x^2 + z^2 = 4,\ 0 \le z,\ 0 \le y \le \sqrt{(4 - x^2)}$.

Ejercicio 4. Halle el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (\varphi(x - y) + x, \varphi(x - y) + z^2, 2z)$, con $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, a través de la frontera de
$M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \le z \le 9 - x^2 - y^2,\ x^2 + y^2 \le 2x\}$.
Indique en un gráfico la orientación considerada en el cálculo.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f}(x, y) = (2y^2, 2x^2 + g(y))$, con $g \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ tal que $\int_0^1 g(t)dt = 2$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva C: $y - x^4 = 0,\ 0 \le x \le 1$. Suponga que el sentido de recorrido de C es de (0, 0) a (1, 1).

1/8/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sean Γ la curva de ecuación $\vec{X} = (2\cos(t), 1 + \text{sen}(t))$, $t \in [-\pi, 0]$ y sea $\vec{f}(x, y) = (3x^2y + y, e^{y^5} + x^3)$.
Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.

Ejercicio 2. Halle $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ para que el campo $\vec{f}(x, y) = \varphi(x)(e^y + 2xe^y, xe^y)$ cumpla simultáneamente lo siguiente:
1. $\vec{f}(x, y) = \nabla\phi(x, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, para cierta ϕ de clase $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$.
2. $\vec{f}(0, 1) = (2, 0)$.
Una vez hallada φ halle todas las posibles funciones ϕ.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por las condiciones $x + y^2 - 1 = 0$, $x \geq 0$, $0 \leq z \leq x$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2x, y + 1, z^2)$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación de Σ que eligió para el cálculo.

Ejercicio 4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x^2 + y, g(x, z), 3 + z)$, con $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$, a través de porción de la superficie de ecuación $z = 2 - \sqrt{(x^2 + y^2)}$ que satisface la condición $z \geq 0$, orientada de modo que las normales tengan **tercera componente positiva**.

Ejercicio 5. Calcule $\iiint_H y \, dxdydz$ siendo

$$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 \leq 2, y \geq 2\}.$$

1/8/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule

$\iiint_H x \, dxdydz$

siendo

$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{4} + y^2 + z^2 \leq 2, x \geq 2\}$.

Ejercicio 2. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (g(y, z), y^2 + x, 3 + z)$, con $g \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$, a través de porción de la superficie de ecuación $z = 2 - \sqrt{(x^2 + y^2)}$ que satisface la condición $z \geq 0$, orientada de modo que las normales tengan **tercera componente positiva**.

Ejercicio 3. Halle $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ para que el campo

$\vec{f}(x, y) = \varphi(x)(e^y - 2xe^y, xe^y)$

cumpla simultáneamente lo siguiente:

1. $\vec{f}(x, y) = \nabla\phi(x, y)$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, para cierta ϕ de clase $\mathcal{C}^2(\mathbb{R}^2)$.
2. $\vec{f}(0, 1) = (2, 0)$.

Una vez hallada φ halle todas las posibles funciones ϕ.

Ejercicio 4. Sea Σ la superficie definida por las condiciones

$y + x^2 - 1 = 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq y$.

Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x + 1, 2y, z^2)$ a través de Σ. Indique en un gráfico la orientación de Σ que eligió para el cálculo.

Ejercicio 5. Sean Γ la curva de ecuación $\vec{X} = (3\cos(t), 1 + \text{sen}(t))$, $t \in [-\pi, 0]$ y sea

$\vec{f}(x, y) = (6x^2y - y, e^{y^7} + 2x^3)$.

Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.

11/7/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Halle el área de la región D cuyo borde es la curva C de ecuación
$\vec{X} = (t - t^2, t^3 - t^2)$, $0 \leq t \leq 1$, y gráfico
[figura]

Ejercicio 2. Sea $\mathscr{F}$ la familia de curvas: $y = kx^9$, $k \in \mathbb{R}$, y sea Γ la porción de la curva de la familia ortogonal a $\mathscr{F}$ que pasa por $A = (-1, 0)$ y está contenida en el semiplano $y \geq 0$.
Calcule $\iint_D y \, dxdy$, siendo D la región del plano limitada por Γ y el eje x.

Ejercicio 3. Sean Γ la curva de ecuación $\vec{X} = (\cos(t), \operatorname{sen}(t), 2\cos(t))$, $t \in [0, 2\pi]$ y sea
$\vec{f}(x, y, z) = (e^{z^2}, x + y^3, \varphi(x) - x^2)$,
con $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase $\mathcal{C}^1$.
Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada utilizando el teorema de Stokes.

Ejercicio 4. Sea Σ la porción del paraboloide de ecuación $z = x^2 + y^2$ que satisface las condiciones: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x + y \leq 1$.
Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, 2z - y)$ a través de Σ orientada de modo tal que las normales tengan **tercera componente negativa**.

Ejercicio 5. Calcule la masa del cuerpo H limitado superior e inferiormente por, respectivamente, las superficies de ecuaciones
$\Sigma_1 : z - x^2 - 2y^2 = 16$ y $\Sigma_2 : 3x^2 + 4y^2 + 4x - z = 0$.
Suponga que la densidad de masa en el punto P es proporcional al cuadrado de la distancia de P al plano xz.

4/7/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea Γ la curva de ecuaciones
$x^2 + y^2 - z = 0 \land z - 2y = 3$
y sea $\vec{f}(x, y, z) = (y + g(x^2), x, z^2 + 2x)$ con $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase C^1. Elija una orientación para Γ, indíquela claramente en un gráfico y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva.

Ejercicio 2. Sea C la linea de campo de $\vec{f}(x, y) = (-y, 4x)$ que pasa por el punto $(0, -2)$ y sea D la región acotada del plano cuyo borde es C. Calcule
$\iint_D x^2 \, dxdy$.

Ejercicio 3. Sea H el cuerpo definido por $x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 12$ y $z \geq \sqrt{(2x^2 + y^2)}$.
Calcule
$\iiint_H z \, dxdydz$.

Ejercicio 4. Sea Γ la curva que se obtiene al unir el segmento $\overline{AB}$ ($A = (0, 1)$, $B = (1, 0)$) con el arco de curva que va desde B a $C = (0, -1)$ definido por
$x + y^2 = 1 \land x \geq 0 \land y \leq 0$.
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (y^2 + e^{y^2}, y^2 + 2xye^{y^2})$ a lo largo de Γ recorrida de A a C.

Ejercicio 5. Sea Σ la porción de la superficie de ecuación $z - x^2 - y^2 = 0$ que satisface las condiciones: $0 \leq y, z \leq 4$. Calcule el área de Σ.

4/7/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea Σ la porción de la superficie de ecuación $z - x^2 - y^2 = 0$ que satisface las condiciones: $0 \leq y, z \leq 9$. Calcule el área de Σ.

Ejercicio 2. Sea Γ la curva que se obtiene al unir el segmento $\overline{AB}$ ($A = (1, 0)$, $B = (0, 1)$) con el arco de curva que va de B a $C = (-1, 0)$ definido por
$x^2 + y = 1 \wedge x \leq 0 \wedge y \geq 0$.
Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (x^2 + 2xye^{x^2}, x^2 + e^{x^2})$ a lo largo de Γ recorrida de C a A.

Ejercicio 3. Sea C la linea de campo de $\vec{f}(x, y) = (4y, -x)$ que pasa por el punto $(-2, 0)$ y sea D la región acotada del plano cuyo borde es C. Calcule
$\iint_D y^2 \, dxdy$.

Ejercicio 4. Sea H el cuerpo definido por $2x^2 + y^2 + z^2 \leq 12$ y $z \geq \sqrt{(x^2 + 2y^2)}$.
Calcule
$\iiint_H z \, dxdydz$.

Ejercicio 5. Sea Γ la curva de ecuaciones
$x^2 + y^2 - z = 0 \wedge z - 2x = 3$
y sea $\vec{f}(x, y, z) = (y, x + g(y^2), z^2 + 2y)$ con $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ de clase C^1. Elija una orientación para Γ, indíquela claramente en un gráfico y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de la curva.

14/3/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. El borde de la región D está compuesto por el arco de curva C de ecuación vectorial $\vec{X} = (t - \text{sen}(t), \cos(t) - 1)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, cuyo gráfico es
[figura]
y el segmento que une (0, 0) con (2π, 0). Halle $\iint_D y \, dxdy$.
Pista: Calcule la circulación de un campo adecuado.

Ejercicio 2. Sea Σ la porción de la superficie cilíndrica de ecuación $x^2 + y^2 = 9$ que se encuentra en el primer octante y satisface las condiciones $y - x \geq 0$ y $z - y \leq 0$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (3 - 2y, 2x, z^2 + y^3)$ a través de Σ orientada de modo tal que el versor normal tenga segunda componente positiva.

Ejercicio 3. Sea $\vec{f}(x, y) = (yx + g(y)x, g(y)x^2)$, con $g \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, un campo de gradientes en $\mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}(1, 0) = (1, 1)$. Halle g y todas las funciones potenciales de $\vec{f}$.

Ejercicio 4. Calcule la circulación de
$\vec{f}(x, y, z) = (y^2 + 2y, 2xy + e^{\cos(y)}, e^{z^2})$
a lo largo de la curva C definida por las ecuaciones
$x^2 + x + y^2 + z = 0 \wedge x + 2y + z = 0$,
orientada de modo tal que en el punto (0, 0, 0) el versor tangente a C tenga primera componente positiva.

Ejercicio 5. Sea D el cuerpo sólido que ocupa la región definida por las condiciones
$7x^2 + y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2 \wedge x \geq 0$.
Calcule la masa de D suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano yz.

7/3/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea $\vec{f} = \nabla\phi + \vec{g}$ tal que $\phi \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3)$ y $\vec{g}$ tiene componentes en $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$.
Calcule la circulación $\vec{f}$ a lo largo de la curva C de ecuaciones
$x^2 - 2x + 4y^2 = 3 \wedge 2z - y = 2$
sabiendo que $\nabla \times \vec{g}(x, y, z) = (-x, y - 2z, 0)$. Indique claramente en un gráfico la orientación de C que eligió para hacer el cálculo.

Ejercicio 2. Calcule el volumen de la porción de la bola cerrada de $\mathbb{R}^3$ centrada en el origen y de radio 2 que está contenida en el cilindro sólido definido por $x^2 + z^2 \leq 1$.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por
$z = x^2 \wedge x \geq 0 \wedge z \leq 9 \wedge -1 \leq y \leq 1$.
Calcule la integral del campo escalar $h(x, y, z) = xy^2$ sobre Σ.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (\varphi(x)y^2, yx + \varphi(x)y)$, con $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, un campo que cumple simultáneamente las condiciones:
1. $\int_C \vec{f}.\vec{ds} = 0$ para toda curva cerrada suave a trozos C contenida en $\mathbb{R}^2$;
2. $f(0, 1) = (1, 1)$.
Halle φ y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de una curva Γ suave a trozos con punto inicial $(0, 1)$ y punto final $(0, 0)$.

Ejercicio 5. Sea Σ la superficie abierta definida por las condiciones
$z - x^2 - y^2 = 0, z \leq 4$
y sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial $\mathcal{C}^1$ del cual se sabe que $\text{div}(\vec{f})(x, y, z) = 2z$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y que $f_3(x, y, 4) = 1$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, donde f_3 es la tercera componente de $\vec{f}$.
Calcule $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \check{n}\, d\sigma$, siendo $\check{n}(x, y, z)$ el versor normal a Σ en (x, y, z) que apunta hacia el eje z.

7/3/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen de la porción de la bola cerrada de $\mathbb{R}^3$ centrada en el origen y de radio 2 que está contenida en el cilindro sólido definido por $y^2 + z^2 \leq 1$.

Ejercicio 2. Sea $\vec{f} = \nabla\phi + \vec{g}$ tal que $\phi \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}^3)$ y $\vec{g}$ tiene componentes en $\mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$.
Calcule la circulación $\vec{f}$ a lo largo de la curva C de ecuaciones
$4x^2 + y^2 - 2y = 3 \wedge 2z - x = 2$
sabiendo que $\nabla \times \vec{g}(x, y, z) = (x - 2z, -y, 0)$. Indique claramente en un gráfico la orientación de C que eligió para hacer el cálculo.

Ejercicio 3. Sea $\vec{f}(x, y) = (yx + \varphi(y)x, \varphi(y)x^2)$, con $\varphi \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$, un campo que cumple simultáneamente las condiciones:
1. $\int_C \vec{f}.\vec{ds} = 0$ para toda curva cerrada suave a trozos C contenida en $\mathbb{R}^2$;
2. $\vec{f}(1, 0) = (1, 1)$.
Halle φ y calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo de una curva Γ suave a trozos con punto inicial (1, 0) y punto final (0, 0).

Ejercicio 4. Sea Σ la superficie abierta definida por las condiciones
$z - x^2 - y^2 = 0, z \leq 9$
y sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial $\mathcal{C}^1$ del cual se sabe que $\text{div}(\vec{f})(x, y, z) = 3z$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y que $f_3(x, y, 9) = 1$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, donde f_3 es la tercera componente de $\vec{f}$.
Calcule $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \check{n}\, d\sigma$, siendo $\check{n}(x, y, z)$ el versor normal a Σ en (x, y, z) que apunta hacia el eje z.

Ejercicio 5. Sea Σ la superficie definida por
$z = y^2 \wedge y \geq 0 \wedge z \leq 9 \wedge -1 \leq x \leq 1$.
Calcule la integral del campo escalar $h(x, y, z) = x^2y$ sobre Σ.

28/2/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea Σ la porción del cilindro parabólico de ecuación $y + x^2 = 3$ cuyos puntos (x, y, z) satisfacen las condiciones

$$0 \leq x \leq \frac{y}{2} \wedge 0 \leq z \leq y.$$

Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x, 2y, z)$ a través de Σ orientada de modo que las normales tengan segunda componente positiva.

Ejercicio 2. Sea C la curva de ecuación $\vec{X} = (\cos(t), \operatorname{sen}(t), 2 + 2\operatorname{sen}(t))$, $t \in [0, 2\pi]$.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (e^{x^2}, x + \varphi(y), y + \varphi(z))$ a lo largo de C orientada según la parametrización dada, sabiendo que $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tiene derivada continua.

Ejercicio 3. Sea Γ la porción de la linea del campo $\vec{f}(x, y) = (4y, -x)$ contenida en el semiplano $y \geq 0$ que pasa por el punto $A = (0, 1)$. Calcule la circulación de $\vec{g}(x, y) = (5x^4 + 2xy, 3y^2 + x^2)$ a lo largo de Γ recorrida de modo tal que el versor tangente a la curva en A correspondiente a esa orientación tenga primera componente positiva.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (ax^3 + y, ay^3 + x, -z)$. Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que el flujo de $\vec{f}$ a través de la frontera del cuerpo

$$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{(x^2 + y^2)} \leq z \leq 1\}$$

sea $-2\pi/3$, si ∂H se orienta de modo que las normales apunten hacia afuera de H.

Ejercicio 5. Sea C la porción de la curva de ecuación $\vec{X} = (t, 1 - t^2, t^2)$, $t \in \mathbb{R}$, contenida en el primer octante. Calcular la masa de un alambre con la forma de C suponiendo que la densidad de masa lineal en cada punto P es proporcional a la distancia de P al plano yz.

14/2/23, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea D la región compacta de $\mathbb{R}^2$ limitada por el arco de curva de ecuación vectorial
$\vec{X} = (\cos^3(t), \text{sen}^2(t))$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
y los segmentos de extremos (0, 0), (0, 1) y (0, 0), (1, 0).
Calcule $\iint_D x \, dxdy$ mediante la circulación a lo largo de ∂D de un campo $\vec{f}$ adecuado.

Ejercicio 2. Sea C la curva cerrada dada por las ecuaciones
$x^2 + y^2 - 2x - 4y - z = 0 \wedge 2x + 4y + z = 4$.
Calcule la circulación del campo
$\vec{f}(x, y, z) = (y + \varphi(x + 3y), z + \varphi(x + 3y), x + \varphi(x + 3y))$
a lo largo de C recorrida de modo tal que el vector tangente a C en P = (2, 0, 0) tenga segunda componente positiva. Suponga que $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tiene derivada continua.

Ejercicio 3. Sea D el cuerpo en $\mathbb{R}^3$ limitado superiormente por el plano de ecuación $z - y = 2$ e inferiormente por la superficie de ecuación $z = \sqrt{(x^2 + 2y^2)}$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 - xz, z^2 - 3yz, x^2 - z^2)$ a través de ∂D orientada de modo que las normales apunten hacia al interior de D.

Ejercicio 4. Sea C la curva ortogonal a la familia de curvas $xy = k$, $k \in \mathbb{R}$, que pasa por el punto (1, 0), y sea D la región acotada de $\mathbb{R}^2$ limitada por la curva C y la recta $x = \sqrt{2}$.
Calcule la masa de la placa que ocupa la región D cuya densidad de masa en cada punto es proporcional a la distancia del punto al eje y.

Ejercicio 5. Sea Γ el arco de la curva de ecuación $\vec{X} = (t\cos(\pi t), t\,\text{sen}(\pi t), t)$, $t \in \mathbb{R}$, contenido en la bola de radio $\sqrt{2}$ centrada en el origen.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (ye^{xy} + yz + 1, xe^{xy} + xz, xy)$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.

14/2/23, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea D el cuerpo en $\mathbb{R}^3$ limitado superiormente por el plano de ecuación $z - x = 2$ e inferiormente por la superficie de ecuación $z = \sqrt{(2x^2 + y^2)}$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (y^2 - xz, z^2 - 3yz, y^2 - z^2)$ a través de ∂D orientada de modo que las normales apunten hacia al interior de D.

Ejercicio 2. Sea D la región compacta de $\mathbb{R}^2$ limitada por el arco de curva de ecuación vectorial
$\vec{X} = (\cos^2(t), \operatorname{sen}^3(t))$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$
y los segmentos de extremos (0, 0), (0, 1) y (0, 0), (1, 0).
Calcule $\iint_D y\,dxdy$ mediante la circulación a lo largo de ∂D de un campo $\vec{f}$ adecuado.

Ejercicio 3. Sea C la curva cerrada dada por las ecuaciones
$x^2 + y^2 - 4x - 2y - z = 0 \wedge 4x + 2y + z = 4$.
Calcule la circulación del campo
$\vec{f}(x, y, z) = (z + \varphi(3x + y), x + \varphi(3x + y), y + \varphi(3x + y))$
a lo largo de C recorrida de modo tal que el vector tangente a C en P = (0, 2, 0) ten[ilegible] componente negativa. Suponga que $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tiene derivada continua.

Ejercicio 4. Sea Γ el arco de la curva de ecuación $\vec{X} = (t\cos(\pi t), t, t\operatorname{sen}(\pi t))$, $t \in \mathbb{R}$, contenido en la bola de radio $\sqrt{2}$ centrada en el origen.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (ze^{xz} + yz + 1, xz, xy + xe^{xz})$ a lo largo de Γ orientada según la parametrización dada.

Ejercicio 5. Sea C la curva ortogonal a la familia de curvas $xy = k$, $k \in \mathbb{R}$, que pasa por el punto (0, 1), y sea D la región acotada de $\mathbb{R}^2$ limitada por la curva C y la recta $y = \sqrt{2}$.
Calcule la masa de la placa que ocupa la región D cuya densidad de masa en cada punto es proporcional a la distancia del punto al eje x.

20/12/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule
$\iint_D x^2\,dxdy$,
siendo D la región del primer cuadrante cuyo borde está compuesto por las lineas de campo de $\vec{f}(x, y) = (x - 2, 2y)$ y $\vec{g}(x, y) = (y, -x)$ que pasan por (0, 2).

Ejercicio 2. Sea Σ el triángulo de vértices A = (1, 0, 0), B = (0, −1, 0) y C = (0, 0, 1). Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x^2 + y, y^2 + z, g(z))$ de clase $C^1(\mathbb{R}^3)$ a lo largo del borde de Σ recorrido en el sentido A → B → C → A.

Ejercicio 3. Calcule el volumen de la región del espacio que se encuentra limitada por la superficie de ecuación $z - x^2 - y^2 = 0$ y el plano $2x - 4y + z = 4$.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (x - y\varphi(2xy), 3x - x\varphi(2xy) + y^2)$ con $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$. Calcule la circulación de $\vec{f}$ a lo largo del arco de la curva de ecuación $4y^2 + 8y + x^2 = 0$ contenido en el semiplano $x \geq 0$ y recorrido de (0, 0) a (0, −2).

Ejercicio 5. Sea $\vec{f} = \nabla g + \vec{h}$ con $\vec{h}(x, y, z) = (x, y^2, 8 - z)$ y sea M el cuerpo definido por: $x^2 + y^2 + z^2 \leq 10$ y $z \geq 1$.
Calcule el flujo de $\vec{f}$ a través de ∂M orientada de forma que las normales sean salientes, sabiendo que $g \in C^2(\mathbb{R}^3)$ y

$$Hg(x, y, z) = \begin{pmatrix} -2y & -2x & 0 \\ -2x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

es su matriz hessiana.

13/12/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen de la región D definida por
$D : x^2 - 4x + y^2 \leq 0 \wedge x \geq 2 \wedge 0 \leq z \leq x^2 + y^2$.

Ejercicio 2. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (4y^2 + 2xy - ye^{xy} + x^2, x^2 - xe^{xy} + y)$ a lo largo de la curva de ecuación $\vec{X} = (2\text{sen}(t), 2\cos(t))$, $t \in [0, \pi/2]$, orientada según la parametrización dada.

Ejercicio 3. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (z, x + y, 1)$ a través de la superficie
$\Sigma : x + y + z = 1 \wedge x + y \leq 1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
orientada de modo tal que la normal tenga tercera componente negativa.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (2x^2y^2 + y^2 + 1, 2xy)$. Halle $\mu : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable con continuidad para que $\vec{g}(x, y) = \mu(x)\vec{f}(x, y)$ cumpla simultáneamente las condiciones:
1. $\int_{\vec{C}} \vec{g} \cdot d\vec{s} = 0$ para toda curva C cerrada y suave a trozos;
2. $g(0, 0) = (2, 0)$.

Ejercicio 5. Sea Σ la parte de la frontera del trozo de cilindro sólido
$H : x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 0 \leq z \leq 2$
que excluye las tapas inferior y superior del mismo. Calcule el flujo de
$\vec{f}(x, y, z) = (x\varphi(z) + \varphi(y), -y\varphi(z) + y, z + 1)$
a través de Σ orientada de modo que la normal apunte hacia el interior de H, bajo la suposición de que φ tiene derivada continua en $\mathbb{R}$.

13/12/22, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen de la región D definida por
$D : x^2 + y^2 - 4y \leq 0 \wedge y \geq 2 \wedge 0 \leq z \leq x^2 + y^2$.

Ejercicio 2. Sea Σ la parte de la frontera del trozo de cilindro sólido
$H : x^2 + y^2 \leq 9 \wedge 0 \leq z \leq 3$
que excluye las tapas inferior y superior del mismo. Calcule el flujo de
$\vec{f}(x, y, z) = (-x\varphi(z) + x, y\varphi(z) + \varphi(x), z + 2)$
a través de Σ orientada de modo que la normal apunte hacia el interior de H, bajo la suposición de que φ tiene derivada continua en $\mathbb{R}$.

Ejercicio 3. Sea $\vec{f}(x, y) = (2xy, 2x^2y^2 + x^2 + 1)$. Halle $\mu : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable con continuidad para que $\vec{g}(x, y) = \mu(y)\vec{f}(x, y)$ cumpla simultáneamente las condiciones:
1. $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$ para toda curva C cerrada y suave a trozos;
2. $g(0, 0) = (0, 3)$.

Ejercicio 4. Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (x + y, 2, z)$ a través de la superficie
$\Sigma : x + y + z = 1 \wedge x + y \leq 1 \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0$,
orientada de modo tal que la normal tenga tercera componente negativa.

Ejercicio 5. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (y^2 - ye^{xy} + x, 4x^2 + 2xy - xe^{xy} + y^2)$ a lo largo de la curva de ecuación $\vec{X} = (2\text{sen}(t), 2\cos(t))$, $t \in [0, \pi/2]$, orientada según la parametrización dada.

16/8/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (2x + z, -y + z^2, x^2 + z)$ a través de la frontera del cuerpo
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 4 - x^2 \wedge x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 0 \leq y \leq x\}$,
orientada de modo que las normales apunten hacia afuera de H.

Ejercicio 2. Halle la masa de la placa que ocupa la región del plano
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 4x + 8y - 4 \wedge x \leq 2\}$,
siendo la densidad de masa proporcional a la distancia del punto al eje x.

Ejercicio 3. Sea $\vec{g}(x, y) = (2x^2 + 2y^2x + 1, 2y)$. Halle $\mu : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\vec{f}(x, y) = \mu(x)\vec{g}(x, y)$ admita función potencial y $\vec{f}(0, 0) = (2, 0)$. Para la función μ hallada, calcule $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{s}$ siendo C un arco de curva suave con punto inicial (0, 0) y punto final (0, 2).

Ejercicio 4. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, z)$ a través de la superficie abierta Σ definida por las condiciones
$x + y + 2z = 4 \wedge x + y \leq 2 \wedge y \geq x \wedge x \geq 0$
y orientada de modo que el versor normal apunte hacia z^+.

Ejercicio 5. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (x^2z - y, x + y^3e^y, z^2)$ a lo largo de la porción de la curva $C = \Sigma_1 \cap \Sigma_2$ contenida en el semiespacio $y \geq 0$, donde
$\Sigma_1 : x^2 + y^2 - z = 0 \wedge \Sigma_2 : x^2 + y^2 + z = 8$.
Indique en un gráfico el sentido de recorrido de la curva que considera en el cálculo.

16/8/22, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, z)$ a través de la superficie abierta Σ definida por las condiciones
$x + y + 2z = 4 \wedge x + y \leq 2 \wedge y \leq x \wedge y \geq 0$
y orientada de modo que el versor normal apunte hacia z^+.

Ejercicio 2. Halle la masa de la placa que ocupa la región del plano
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 \leq 8x + 4y - 4 \wedge y \leq 2\}$,
siendo la densidad de masa proporcional a la distancia del punto al eje y.

Ejercicio 3. Sea $\vec{g}(x, y) = (2x, 2y^2 + 2x^2y + 1)$. Halle $\mu : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $\vec{f}(x, y) = \mu(y)\vec{g}(x, y)$ admita función potencial y $\vec{f}(0, 0) = (0, 2)$. Para la función μ hallada, calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$ siendo C un arco de curva suave con punto inicial (0, 0) y punto final (2, 0).

Ejercicio 4. Calcule el flujo de $\vec{f}(x, y, z) = (-x, 2y + z, y^2 + z)$ a través de la frontera del cuerpo
$H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 4 - y^2 \wedge x^2 + y^2 \leq 4 \wedge 0 \leq x \leq y\}$,
orientada de modo que las normales apunten hacia afuera de H.

Ejercicio 5. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y, z) = (x^2z - y, x + y^3e^y, z^2)$ a lo largo de la porción de la curva $C = \Sigma_1 \cap \Sigma_2$ contenida en el semiespacio $y \geq 0$, donde
$\Sigma_1 : x^2 + y^2 - z = 0 \wedge \Sigma_2 : x^2 + y^2 + z = 18$.
Indique en un gráfico el sentido de recorrido de la curva que considera en el cálculo.

9/8/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule el volumen del sólido $H \subset \mathbb{R}^3$ definido por las condiciones
$x^2 + y^2 - 4y \leq 0 \wedge x - 4 \leq z \leq 4 - x$.
Haga un gráfico de H.

Ejercicio 2. Sea D la región encerrada entre las curvas de ecuaciones $y^2 - 2y - x = 0$ y $x = 3$. Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que
$\oint_{\partial D^+} 4ay\,dx + a^2x\,dy$
sea mínima y halle ese valor extremo.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por las condiciones $y - x^2 = 1$, $y \leq 5$ y $0 \leq z \leq 2$ orientada de modo que el versor normal en (0, 1, 0) sea $\check{j}$.
Calcule $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \check{n}\,d\sigma$ con $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, ze^x)$.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (x\,g(x), y\,g(x), 1 - 3z\,g(x))$ con $g \in C^1(\mathbb{R})$. Halle g para que $\vec{f}(1, 0, 0) = (0, 0, 1)$, la divergencia de $\vec{f}$ sea constante y el flujo de $\vec{f}$ a través de la frontera de un cubo H de arista 2 sea 16, cuando ∂H se orienta tomando la normal entrante a H.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f} = \nabla\varphi + \vec{g}$ tal que $\varphi \in C^2(\mathbb{R}^3)$ y $\vec{g}$ tiene componentes en $C^1(\mathbb{R}^3)$.
Calcule la circulación $\vec{f}$ a lo largo de la curva $\vec{X} = (1 + 2\cos(t), 2\,\text{sen}(t), 1 + \text{sen}(t))$, $t \in [0, \pi]$, con la orientación dada por la parametrización, sabiendo que:
1. $\vec{\varphi}(x, 0, 1) = x^2$;
2. $\vec{g}(x, 0, 1) = (1, x, 2)$;
3. $\nabla \times \vec{g}(x, y, z) = (x, 2z - y, 0)$.

9/8/22, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea Σ la superficie definida por las condiciones $x - y^2 = 1$, $x \leq 5$ y $0 \leq z \leq 2$ orientada de modo que el versor normal en $(1, 0, 0)$ sea $\check{\imath}$.
Calcule $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \check{n}\, d\sigma$ con $\vec{f}(x, y, z) = (x, y, ze^y)$.

Ejercicio 2. Calcule el volumen del sólido $H \subset \mathbb{R}^3$ definido por las condiciones
$x^2 - 4x + y^2 \leq 0 \wedge y - 4 \leq z \leq 4 - y$.
Haga un gráfico de H.

Ejercicio 3. Sea D la región encerrada entre las curvas de ecuaciones $y = 3$ y $x^2 - 2x - y = 0$. Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que
$\oint_{\partial D^+} 4ay\, dx + a^2x\, dy$
sea mínima y halle ese valor extremo.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y, z) = (x\, g(y), y\, g(y), 1 - 3z\, g(y))$ con $g \in C^1(\mathbb{R})$. Halle g para que $\vec{f}(0, 1, 0) = (0, 0, 1)$, la divergencia de $\vec{f}$ sea constante y el flujo de $\vec{f}$ a través de la frontera de un cubo H de arista 2 sea 16, cuando ∂H se orienta tomando la normal entrante a H.

Ejercicio 5. Sea $\vec{f} = \nabla\varphi + \vec{g}$ tal que $\varphi \in C^2(\mathbb{R}^3)$ y $\vec{g}$ tiene componentes en $C^1(\mathbb{R}^3)$.
Calcule la circulación $\vec{f}$ a lo largo de la curva $\vec{X} = (2\cos(t), 1 + 2\,\mathrm{sen}(t), 1 + \cos(t))$, $t \in [-\pi/2, \pi/2]$, con la orientación dada por la parametrización, sabiendo que:
1. $\varphi(0, y, 1) = y^2$;
2. $\vec{g}(0, y, 1) = (y, 1, 2)$;
3. $\nabla \times \vec{g}(x, y, z) = (x - 2z, y, 0)$.

2/8/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Calcule la masa del cuerpo que ocupa la región definida por las condiciones $x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 8$, $y \geq 1$, suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano xz.

Ejercicio 2. Calcule $\int_C \vec{f} \cdot \vec{ds}$, siendo
$\vec{f}(x, y, z) = (3x^2y^2z^2 + x, 2x^3yz^2 - x^2, 2x^3y^2z)$
y C la curva definida por
$x^2 - 4x + y^2 = 0 \wedge x^2 + y^2 + z = 6$
recorrida de modo que en el punto (0, 0, 6) el versor tangente tenga segunda componente negativa.

Ejercicio 3. Sea Σ la superficie definida por
$x^2 + z^2 = 9 \wedge -1 \leq y \leq 1$
orientada de modo tal que en el punto (3, 0, 0) el versor normal sea $\check{\imath}$.
Calcule el flujo a través de Σ de $\vec{f}(x, y, z) = (z\,\varphi(x, y, z) + x, y^3, -x\,\varphi(x, y, z))$, donde φ es un campo escalar continuo en $\mathbb{R}^3$.

Ejercicio 4. Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (y^2 - \cos(x), xy + e^{y^3})$ a lo largo del borde de la región
$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq |y| \wedge 2x - y \leq 3\}$.
Indique en un gráfico la orientación elegida.

Ejercicio 5. Sea C la porción de la linea del campo vectorial $\vec{g}(x, y) = (4y, -x)$ que pasa por (0, 1) y está contenida en el primer cuadrante.
Calcule la circulación del campo $\vec{f}(x, y) = (2xy + y^2, x^2 + 2xy + e^y)$ a lo largo de C recorrida de modo tal que las abscisas sean crecientes.

19/7/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea Σ la porción de la superficie cilíndrica de ecuación $x^2 + y^2 = 9$ que se encuentra en el primer octante y satisface las condiciones $x - y \geq 0$ y $z - x \leq 0$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (2y, 3 - 2x, z^2 + y^3)$ a través de Σ orientada de modo tal que el versor normal tenga primera componente positiva.

Ejercicio 2. Calcule la circulación de
$\vec{f}(x, y, z) = (2xy + e^{\cos(x)}, x^2 + 2x, e^{z^2})$
a lo largo de la curva C definida por las ecuaciones
$x^2 + y + y^2 + z = 0 \wedge 2x + y + z = 0$,
orientada de modo tal que en el punto (0, 0, 0) el versor tangente a C tenga segunda componente negativa.

Ejercicio 3. Sea D el cuerpo sólido que ocupa la región definida por las condiciones
$x^2 + 7y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2 \wedge y \geq 0$.
Calcule la masa de D suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano xz.

Ejercicio 4. Sea $\vec{f}(x, y) = (g(x)y^2, yx + g(x)y)$, con $g \in C^1(\mathbb{R})$, un campo de gradientes en $\mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}(0, 1) = (1, 1)$. Halle g y todas las funciones potenciales de $\vec{f}$.

Ejercicio 5. El borde de la región D está compuesto por el arco de curva C de ecuación vectorial $\vec{X} = (t - \text{sen}(t), 1 - \cos(t))$, $0 \leq t \leq 2\pi$, cuyo gráfico es
[figura: gráfico de la curva C]
y el segmento que une (0, 0) con (2π, 0). Halle $\iint_D$ y dxdy.
Pista: Calcule la circulación de un campo adecuado.

19/7/22, tema 2 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. El borde de la región D está compuesto por el arco de curva C de ecuación vectorial $\vec{X} = (t - \text{sen}(t), \cos(t) - 1)$, $0 \leq t \leq 2\pi$, cuyo gráfico es
[figura: gráfico de la curva C]
y el segmento que une (0, 0) con (2π, 0). Halle $\iint_D y \, dxdy$.
Pista: Calcule la circulación de un campo adecuado.

Ejercicio 2. Sea Σ la porción de la superficie cilíndrica de ecuación $x^2 + y^2 = 9$ que se encuentra en el primer octante y satisface las condiciones $y - x \geq 0$ y $z - y \leq 0$.
Calcule el flujo del campo $\vec{f}(x, y, z) = (3 - 2y, 2x, z^2 + y^3)$ a través de Σ orientada de modo tal que el versor normal tenga segunda componente positiva.

Ejercicio 3. Sea $\vec{f}(x, y) = (yx + g(y)x, g(y)x^2)$, con $g \in C^1(\mathbb{R})$, un campo de gradientes en $\mathbb{R}^2$ tal que $\vec{f}(1, 0) = (1, 1)$. Halle g y todas las funciones potenciales de $\vec{f}$.

Ejercicio 4. Calcule la circulación de
$\vec{f}(x, y, z) = (y^2 + 2y, 2xy + e^{\cos(y)}, e^{z^2})$
a lo largo de la curva C definida por las ecuaciones
$x^2 + x + y^2 + z = 0 \wedge x + 2y + z = 0$,
orientada de modo tal que en el punto (0, 0, 0) el versor tangente a C tenga primera componente positiva.

Ejercicio 5. Sea D el cuerpo sólido que ocupa la región definida por las condiciones
$7x^2 + y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2 \wedge x \geq 0$.
Calcule la masa de D suponiendo que la densidad de masa es proporcional a la distancia del punto al plano yz.

12/7/22, tema 1 (integrador)

5 problemas · 3 horas · se aprueba con 3 bien resueltos

Ejercicio 1. Sea D el dominio natural de
$\vec{g}(x, y, z) = (\sqrt{}(z + 8 - 2x^2 - y^2), \ln(42 - z - y^2))$.
Halle el volumen del cuerpo que ocupa la región D.

Ejercicio 2. Calcule la circulación de $\vec{f}(x, y) = (y^2 + 2xy - y + e^x, y^2 + 2xy + x^2 + x)$ a lo largo de la curva de ecuación $\vec{X} = (2\,\text{sen}(t), 2\cos(t))$, $t \in [0, \pi]$, orientada según la parametrización dada.

Ejercicio 3. Calcule la circulación de
$\vec{f}(x, y, z) = (xg(z) + y, x^2 + z, zg(x))$, con $g \in C^1(\mathbb{R})$,
a lo largo de la curva
$C : \{ x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0 \; ; \; x + z - 2 = 0 \}$,
recorrida de modo tal que en el punto (2, 1, 0) el versor tangente a C tenga segunda componente positiva.

Ejercicio 4. Sea Σ la superficie definida por las condiciones
$z - x^2 - y^2 = 0$, $z \leq 4$
y sea $\vec{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ un campo vectorial C^1 del cual se sabe que $\text{div}(\vec{f})(x, y, z) = 2z$ para todo $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ y que $f_3(x, y, 4) = 1$ para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, donde f_3 es la tercera componente de $\vec{f}$.
Calcule $\iint_\Sigma \vec{f} \cdot \check{n}\, d\sigma$, siendo $\check{n}(x, y, z)$ el versor normal a Σ en (x, y, z) que apunta hacia el eje z.

Ejercicio 5. Sea C la curva ortogonal a la familia de curvas $y = kx^2$, $k \in \mathbb{R}$, que pasa por el punto (0, 1) y sea D la región acotada del plano cuyo borde es C. Calcule
$\iint_D (x^2 + y^2)\, dxdy$.